

Безкровний М.М.

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

МЕТОДИ І ЗАСОБИ АНАЛІЗУ АСТРОНОМІЧНИХ ЗОБРАЖЕНЬ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ НЕБЕСНИХ ОБ'ЄКТІВ

У роботі розглядається задача високоточного визначення координат небесних об'єктів на цифрових зображеннях, отриманих із ПЗЗ-матриць. Сучасна астрономія висуває підвищені вимоги до точності визначення положення небесних об'єктів на цифрових зображеннях і має фундаментальне значення для широкого спектра задач – від супроводу малих тіл Сонячної системи до точного позиціонування далеких галактик.

Актуальність теми обумовлена необхідністю автоматизованої обробки великих обсягів астрономічних даних у сучасних оглядових проєктах (*Gaia*, *LSST*, *Rap-STARRS*), де значна частина об'єктів має перекриваючі зображення. Стандартні методи, засновані на максимумі інтенсивності або центрі мас, не забезпечують необхідної точності при складних умовах спостереження. У роботі запропоновано два методи фітінгу – *SimpleFit* (з фіксованою кількістю джерел) та *AdaptiveFit* (з адаптивним вибором кількості компонент за критерієм Акаїке), реалізовані в програмному модулі мовою Python.

Обидва методи мінімізують функцію відхилення між експериментальними та змодельованими даними з використанням алгоритму Нелдера–Міда. Експериментальне тестування показало, що *AdaptiveFit* має вищу точність відновлення координат, проте гіршу збіжність, тоді як *SimpleFit* є більш стабільним, але менш точним. Комбінований підхід, який обирає найкращий результат з обох моделей за критерієм помилки моделі, дозволяє зменшити похибку координат до комбінований підхід зменшив середні похибки до -0.02 по X та -0.08 по Y пікселя відповідно, що свідчить про значне покращення точності у порівнянні з індивідуальними методами.

Результати спостережень, отримані з недостатньою просторовою точністю, можуть призвести до суттєвих похибок у побудові траєкторій, розрахунках швидкостей, оцінці еволюційних характеристик зоряних скупчень та у плануванні подальших місій. Отримані результати підтверджують доцільність поєднання декількох методів фітінгу в єдиній системі для підвищення точності й надійності визначення координат у щільних астрономічних полях. Перспективами подальших досліджень є врахування реальних PSF-профілів, фону, застосування змішаних моделей та нейромережесих методів попередньої ініціалізації.

Ключові слова: астрометрія, фітінг, ПЗЗ-матриця, координати небесних об'єктів, адаптивна модель, інформаційний критерій Акаїке, субпіксельна точність, моделювання зображень, автоматична локалізація, астрономічне зображення.

Постановка проблеми. Однією з головних задач аналізу астрономічних зображень є точне визначення координат небесних об'єктів, що перекриваються на кадрах, отриманих за допомогою пристроїв із зарядовим зв'язком (ПЗЗ-матриць (англійською: CCD – Charge-Coupled Device)), які використовуються в астрономії (цифрові телескопи), медичній візуалізації, цифровій фотографії, оптичному скануванні тощо) [1].

Стандартні методи оцінки положення об'єкта, засновані на знаходженні максимуму яскравості або визначенні центру мас, показують задовільні результати лише у випадку ізольованих об'єктів. При перекритті профілів яскравості від кількох джерел центр мас зміщується, що при-

зводить до систематичних помилок у визначенні координат [2].

Особливістю аналізу таких зображень є необхідність роботи з групованими вибірками: замість спостереження координати кожного окремого фотона, доступні лише інтегральні значення яскравостей пікселів. Це обмежує обсяг доступної інформації і ускладнює задачу розділення джерел. Проблема також ускладнюється через неоднорідність профілів яскравості об'єктів, які можуть мати різні амплітуди та ширини, а також через наявність шумів, зокрема фонового космічного випромінювання та шумів самої ПЗЗ-матриці [3].

Тому для коректного визначення координат необхідно застосовувати методи фітінгу інтен-

сивностей зображення моделями [3], що враховують суперпозицію декількох об'єктів, адаптивне оцінювання кількості джерел та їх параметрів, а також оптимізаційні процедури, стійкі до локальних мінімумів і варіацій форми об'єктів.

Астрономічні зображення, отримані з ПЗЗ-матриці, являють собою матрицю дискретних значень яскравості, де кожен піксель фіксує сумарну кількість фотонів, що потрапили на відповідну ділянку сенсора. При цьому реальний профіль світлорозподілу є неперервним, і центр мас об'єкта зазвичай не збігається з центром жодного з пікселів. Це унеможливорює точну локалізацію небесного тіла без використання математичних моделей фітінгу.

На рис. 1 зображено приклад такого переходу: зліва – вихідне піксельне зображення об'єкта на CCD-матриці, справа – згладжена поверхня інтенсивностей, апроксимована двовимірною гауссовою функцією.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблема точного визначення координат небесних об'єктів за результатами цифрових астрономічних спостережень є предметом активного наукового інтересу протягом останніх десятиліть. У багатьох сучасних дослідженнях наголошується, що прості методи, засновані на знаходженні пікселя з максимальною яскравістю або обчисленні центру мас, є недостатньо точними, особливо в умовах перекриття зображень джерел. Так у роботі Саневич та ін. запропоновано субпіксельну гауссову модель, реалізовану в системі CoLiTec, що дозволяє досягати точності до 0.05 пікселя, хоча її ефективність обмежена простими сценами без перекриттів [3].

Загальноприйнятим підходом у задач астрометрії є моделювання інтенсивностей зображень за допомогою функцій розсіювання світла – PSF. У класичних роботах, зокрема Стетсона П. [4, 5] здійснено фітінг зоряних профілів у щільних полях із використанням фіксованої кількості компонент. Системи, що подібні до SExtractor [1], автоматизують виявлення об'єктів і визначення координат, але зазвичай не враховують адаптивне коригування кількості джерел у перекритті.

З метою зниження похибок при автоматичному визначенні положень об'єктів запропоновано застосування статистичних критеріїв для вибору кількості джерел. Зокрема, в роботі [6] розглядають підходи з адаптивним вибором кількості компонент за допомогою інформаційних критеріїв (AIC, BIC), що дає змогу автоматично моделювати складні сцени з перекриттями.

Питання зміщення положень джерел через їхню морфологічну складність розглядалися в роботі Макарова та ін. [7, 8], де показано, що внутрішня структура об'єкта (наприклад, джети у квазарах) може спричиняти систематичне зміщення координат.

Також перспективним напрямом є застосування моделей Gaussian Process Regression (GPR). У роботі Лукамайра М. [9] описано побудову емулюючих моделей для складних обчислювальних задач в астрономії, включно з інтерполяцією інтенсивності сигналу в субпіксельному масштабі.

Більшість сучасних підходів вказують на необхідність переходу від фіксованих евристичних алгоритмів до адаптивних моделей фітінгу, здатних точно описувати розподіл світла у склад-

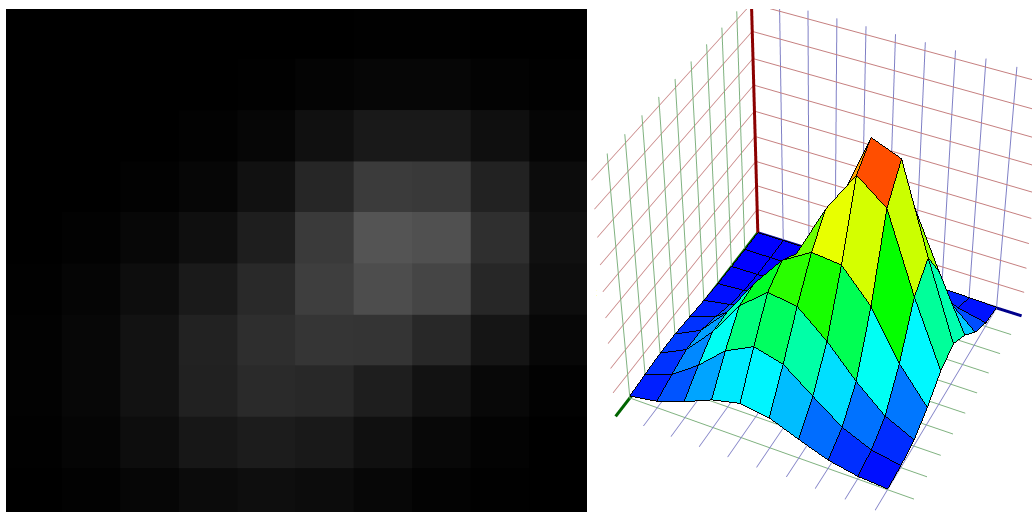


Рис. 1. Зображення небесного об'єкта на CCD-матриці (ліворуч) та побудована поверхня інтенсивності за допомогою фітінгу (праворуч)

них спостереженнях. Наявні рішення потребують доопрацювання щодо автоматизації оцінки кількості джерел, корекції фону та врахування статистичних шумів ПЗЗ-матриці.

В напрямку аналізу астрономічних зображень для визначення координат небесних об'єктів, враховуючи сучасний стан досліджень, можна розробити нові фітінгові моделі, методи автоматичної оцінки кількості об'єктів, процедури субпіксельної локалізації, враховувати інструментальні та атмосферні спотворення, оптимізувати обробку для великих масивів даних, а також будувати системи контролю якості автоматичного визначення координат.

Розробкою методів визначення координат небесних об'єктів на астрономічних зображеннях займалися численні науковці, які внесли значний вклад у цю галузь: досліджували методи багатшарового аналізу астрономічних зображень із використанням вейвлет-перетворень, що дозволяють виявляти слабкі сигнали на фоні шуму [10]; розробили програми, які стала стандартом для автоматизованого виявлення та фітінгу джерел на великих наборах даних [1, 2]; запропонував критерії (наприклад, AIC) для вибору оптимальної моделі при фітінгу, що знайшло застосування в обробці зображень із перекритими об'єктами [11, 12]; розробили субпіксельну модель фітінгу для точної локалізації астероїдів [3]; розглянули питання точного відновлення положень та орбітальних характеристик небесних тіл, де запропоновано генеративну модель формування каталогу Gaia з урахуванням селекційних функцій та ймовірного моделювання виявлення джерел [13].

На сьогодні значна кількість досліджень у цій області сфокусована як на підвищенні точності виявлення координат, так і на оптимізації алгоритмів для роботи з великими обсягами даних.

Постановка завдання. Розглядається задача визначення координат небесних об'єктів на фрагменті цифрового астрономічного зображення, отриманого з ПЗЗ-матриці. Нехай у кадрі спостерігається компактна група з Q небесних джерел, зображення яких частково перекриваються, утворюючи складний розподіл яскравості на ділянці зображення. Нехай Ω – обмежена область на зображенні, у межах якої з певною ймовірністю очікується наявність зазначених Q об'єктів. Область Ω можна визначити як область внутрікадрової корекції об'єктів (ОВКО) – множину пікселів, що містить інтегральну яскравість, пов'язану із сумарним сигналом від компактної

групи джерел. У загальному випадку область Ω задається як прямокутник розміром $M \times N$ пікселів з відомими координатами меж. Мета – відновити параметри всіх Q об'єктів за наявними піксельними значеннями. Передбачається, що кожне джерело випромінювання можна апроксимувати двовимірною гауссовою функцією. Альтернативно, ОВКО може бути задана у вигляді прямокутної області, визначеної координатами її меж та розмірами.

Виклад основного матеріалу. Астрономічні знімки, особливо отримані у щільно населених областях неба, можуть містити велику кількість об'єктів, чиї зображення частково перекриваються внаслідок обмежень просторової роздільної здатності телескопів та впливу атмосферної турбулентності. У таких умовах стандартні методи знаходження максимуму яскравості або використання одномодельного фітування дають систематичні похибки у визначенні координат [1].

Актуальність проблеми також зростає у зв'язку із сучасними тенденціями створення великих оглядових проєктів (таких як LSST, Pan-STARRS), де обробка мільярдів об'єктів вимагає високої автоматизації та стійкості алгоритмів до різноманітних типів спостережних ситуацій.

Розробка методів точного визначення координат небесних об'єктів, що перекриваються, з урахуванням статистичних особливостей групованих вибірок фотонів на ПЗЗ-матрицях, є важливою задачею як для прикладної астрометрії, так і для подальших теоретичних досліджень у галузі аналізу космічних даних.

Фітинг (від англ. fitting – «підгонка») у контексті аналізу зображень – це математичний процес підбору параметрів певної моделі так, щоб вона найкраще наближала експериментальні дані, що зводиться до задачі мінімізації функції помилки (критерію невідповідності) між реальною експериментальною інформацією та теоретичною моделлю, шляхом оптимального вибору параметрів моделі.

У випадку астрономічних зображень:

- експериментальні дані – це матриця яскравостей пікселів ПЗЗ-кадру;
- модель – це математична функція, яка описує, як має виглядати яскравість від ідеального небесного об'єкта (наприклад, двовимірний гаусіан, профіль Мофата тощо);
- завдання фітінгу – підібрати параметри (амплітуду, координати центру, ширину профілю), щоб модель максимально наближала реальний розподіл яскравостей на зображенні.

Зображення небесних об'єктів на ПЗЗ-кадрі формується за рахунок потрапляння сигнальних фотонів від цих об'єктів у пікселі ПЗЗ-матриці. При цьому межі ik -го пікселя ПЗЗ-матриці можна виразити через координати прив'язки центру x_{it}, y_{it} ik -го пікселя t -го кадру ПЗЗ-матриці:

$$x_{bi} = x_{it} - \frac{\Delta_{CCD}}{2}, \quad x_{ei} = x_{it} + \frac{\Delta_{CCD}}{2}; \quad (1)$$

$$y_{bk} = y_{it} - \frac{\Delta_{CCD}}{2}, \quad y_{ek} = y_{it} + \frac{\Delta_{CCD}}{2}, \quad (2)$$

де

x_{bi}, x_{ei} – межі (початок і кінець відповідно) ik -го пікселя ПЗЗ-матриці за координатою x ;

y_{bk}, y_{ek} – межі ik -го пікселя ПЗЗ-матриці за координатою y

Спостереженню та реєстрації доступні яскравості A_{ikt}^* пікселів ОВКО (пікселів із множини Ω_{IPS}) на виході ПЗЗ-матриці. Доступні до спостереження напруги на виході N_{CCD} пікселів ПЗЗ-матриці можна привести до експериментальних відносних частот потрапляння фотонів у ik -й піксель ПЗЗ-матриці в t -му кадрі v_{ikt}^* (надалі у роботі – відносні яскравості відповідних пікселів):

$$v_{ikt}^* = \frac{A_{ikt}^*}{\sum_{i,k} A_{ikt}^*}, \quad (3)$$

де A_{ikt}^* – експериментальна яскравість ik -го пікселя ПЗЗ-матриці на t -му кадрі, що належить досліджуваній ОВКО.

Зображення небесних об'єктів на кадрі мають форму точки, а з урахуванням атмосферної турбулентності стають розмитими. Основними характеристиками для кожного з Q гіпотетичних небесних об'єктів на зображенні кадру є: положення X_{ji}, Y_{ji} ; A_G теоретична амплітуда; параметр форми зображення об'єкта σ_G .

Сукупність зазначених параметрів є унікальною для кожного об'єкта і підлягає оцінюванню. Час експозиції кадру вважається настільки малим, що переміщення об'єктів за цей час можна знехтувати. Іншими словами, під час оцінки положень об'єктів компактної групи використання моделі їхнього руху не вимагається.

Вважається, що за час експозиції в пікселі ПЗЗ-матриці потрапляє дискретна кількість фотонів. При цьому точні координати падіння фотонів усередині ik -го пікселя принципово недоступні для спостереження. Таким чином, усі

події типу «фотон потрапив у точку з певними координатами всередині ik -го пікселя» реєстраційною системою об'єднуються в подію «фотон потрапив у ik -й піксель». Спостереженню підлягають лише об'єднані (груповані) події. Такі вибірки в математичній статистиці називають групованими вибірками.

Урахування факту роботи з групованими вибірками дає можливість витягнути максимально доступну кількість інформації. Таким чином, при оцінці положень елементів компактної групи об'єктів за їхнім ПЗЗ-зображенням доцільно враховувати, що на вхід процедури оцінювання надходить зображення (сукупність потенціалів пікселів ПЗЗ-матриці), яке є групованою вибіркою у зазначеному сенсі.

Передбачається, що істинні положення об'єктів локалізуються в околицях пікселів-пиків (локальних максимумів яскравості зображення). У межах цієї роботи під піком розуміють піксель ПЗЗ-матриці, яскравість якого перевищує яскравість усіх суміжних пікселів.

Початкові наближення координат небесних об'єктів на t -му кадрі x_{jt}, y_{jt} , де $j = 1, Q$ приймаються рівними координатам прив'язки пікселів-пиків зображення, що гіпотетично відповідають положенню об'єктів.

Запропоновані методи. Для розв'язання поставленої задачі розглянуто два підходи до фітування інтенсивності як суму декількох гаусіан (Сума 2D-Гаусів, фітинг MSE):

1. SimpleFit (фітинг суми 2D-Гаусіан з фіксованою кількістю компонент і мінімізацією MSE без складної оптимізації).

Вважається, що зображення (матриця інтенсивностей) складається з суми N двовимірних гаусіан:

$$I(x, y) = \sum_{i=1}^N A_i \cdot \exp \left(-\frac{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}{2\sigma_i^2} \right)$$

де:

A_i – амплітуда i -го піку;

(x_i, y_i) – координати центру;

σ_i^2 – стандартне відхилення (ширина піку).

У якості цільової функції використовується проста середньоквадратична похибка (MSE) між реальною матрицею і змодельованою:

$$\mathcal{L}_{MSE} = \frac{1}{HW} \sum_{x=1}^W \sum_{y=1}^H [D(x, y) - I(x, y)]^2$$

Оптимізація ведеться по всіх A_i, x_i, y_i, σ_i .

2. AdaptiveFit (фітінг суми 2D-Гаусіан з адаптивним вибором кількості компонент на основі Akaike Information Criterion (AIC) та попередньою оцінкою центрів компонент [12, 14, 15]).

Більш адаптивна модель з AIC (Akaike Information Criterion) – це метрика [14], яка використовується для вибору найкращої моделі з набору альтернатив, беручи до уваги як якість фітінгу, так і складність моделі.

Критерій базується на принципі, що модель має не лише добре описувати дані, але й бути якомога простішою, щоб уникнути переобучення.

$$\mathcal{L}_{AIC}(\theta) = 2k + n \cdot \ln\left(\frac{RSS(\theta)}{n}\right)$$

де:

k – кількість параметрів у моделі

n – кількість спостережень (пікселів, у випадку зображень: $n = H \cdot W$);

$RSS(\theta)$ – сума квадратів залишків (Residual Sum of Squares):

$$RSS(\theta) = \sum_{x,y} [D(x,y) - I(x,y;\theta)]^2$$

$\theta \in \mathbb{R}^{4N}$ – вектор параметрів Гаусіан:

$$\theta = (A_1, x_1, y_1, \sigma_1, \dots, A_N, x_N, y_N, \sigma_N)$$

У якості моделі використовується також сума 2D-Гаусів, але додатково застосовано наступні модифікації:

- центри оцінюються спочатку за допомогою функції для позначення зв'язаних компонент на зображенні, зазвичай бінарному – це дозволяє ініціалізувати центри ближче до «справжніх» піків;

- параметри σ_i оцінюються за емпіричними правилами на основі локального контрасту.

На відміну від попереднього методу кількість компонент автоматично підбирається на основі Akaike Information Criterion (AIC). Для розрахунку обох моделей використовувався метод Нелдера-Міда. Цей алгоритм допомагає мінімізувати функції втрат наведені вище. Має наступні переваги:

- простота реалізації;
- працює без градієнтів;
- підходить для неаналітичних функцій;
- добре справляється з задачами малої та середньої розмірності (до 20 змінних).

Алгоритм передбачає формування початкового симплексу у просторі параметрів:

- кожна вершина симплексу – це набір параметрів $\theta_i \in \mathbb{R}^{4N}$;

- початкова точку θ_1 ініціалізується з rough-fit (наприклад, пікселем з максимумом інтенсивності + EstimateSigma);

- інші N точок генеруються шляхом зсуву по кожній координат.

В кожній ітерації:

1. Обчислюється втрата $\mathcal{L}(\theta_i)$ для кожної вершини симплексу.

2. Вершини сортуються за значенням втрати:

$$\mathcal{L}(\theta_1) \leq \mathcal{L}(\theta_2) \leq \dots \leq \mathcal{L}(\theta_{N+1})$$

3. Обчислюється центр мас (без найгіршої):

$$\bar{\theta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \theta_i$$

4. Проводиться рефлексія через відбиття найгіршої точки:

$$\theta_r = \bar{\theta} + \alpha(\bar{\theta} - \theta_{N+1})$$

де α – коефіцієнт рефлексії.

5. Проводиться розтягування (опціональний крок). Якщо $\mathcal{L}(\theta_r) < \mathcal{L}(\theta_1)$:

$$\theta_e = \bar{\theta} + \gamma(\theta_r - \bar{\theta})$$

6. Якщо $\mathcal{L}(\theta_r) > \mathcal{L}(\theta_N)$ застосовується стискання:

- зовнішнє стискання: $\theta_{oc} = \bar{\theta} + \beta(\theta_r - \bar{\theta})$;

- внутрішнє стискання: $\theta_{ic} = \bar{\theta} - \beta(\bar{\theta} - \theta_{N+1})$.

7. Проводиться редукція, якщо жоден з варіантів не покращує ситуацію:

$$\theta_i = \theta_1 + \delta(\theta_i - \theta_1), i = 2, \dots, N+1.$$

Мінімізація функції даним методом є більш простішою ніж наприклад метод Левенберга-Маквардта чи градієнтного спуску. Має більше ітерацій але меншу обчислювальну складність та потребує менше аналітичної підготовки (не треба будувати матрицю Гессе).

Аналіз якості. Для реалізації задачі фітінгу астрономічних зображень із метою точного визначення координат перекритих об'єктів було розроблено спеціалізований програмний модуль мовою програмування Python, із використанням бібліотек NumPy (лінійна алгебра та масиви), SciPy (оптимізація та інтерполяція [16]), matplotlib (візуалізація) та scikit-image (обробка зображень).

Архітектура модуля побудована на модульно-компонентному підході. Основні структурні блоки реалізують два незалежні методи фітінгу – SimpleFit і AdaptiveFit, які можуть бути викликані окремо або в паралельному режимі для порівняння результатів. Управління виконанням здійснюється через основний координуючий інтерфейс, який також відповідає за підготовку даних, запуск обчислювальних процедур, вибір параметрів, контроль за збіжністю, збереження та візуалізацію результатів.

Вхідним сигналом для модуля є двовимірною матриця інтенсивностей – або експериментальні ПЗЗ-зображення. Результатом роботи модуля є набір параметрів кожного виявленого об'єкта:

- координати центру (з точністю до 0.01 пікселя);
- амплітуда (максимальна яскравість);
- ширина профілю (σ);
- залишкова похибка (сумарне відхилення моделі від зображення).

У разі запуску обох методів (SimpleFit і AdaptiveFit), система обирає результат із меншим значенням критерію якості (наприклад, середньоквадратичної похибки або AIC). Такий підхід забезпечує як надійність (простий метод завжди має fallback), так і адаптивність (складні випадки обробляє AdaptiveFit).

Для порівняння результатів кожної з моделей було використано набір зображень з перекриттям (для спрощення використовувались зображення

з двома об'єктами). У якості критерію точності використовувались середнє значення похибок координат (в пікселях) та параметру середньоквадратичного відхилення в моделі: $\bar{\Delta}_x, \bar{\Delta}_y, \bar{\Delta}_\sigma$, а також середньоквадратичне значення цих похибок (табл. 1).

Таблиця 1

Отримані результати дослідження якості запропонованих методів

Параметр	SimpleFit	AdaptiveFit
$\bar{\Delta}_x$	0.09	-0.04
$\bar{\Delta}_y$	-0.22	0.02
$\bar{\Delta}_\sigma$	-0.2	-0.24
$\sigma_{\Delta x}$	1.36	1.41
$\sigma_{\Delta y}$	1.19	1.18
$\sigma_{\Delta \sigma}$	0.82	0.7

З даних видно що методи мають приблизно однакову точність. На графіку (рис. 2) зображено некоректно обраховані гауссіани (алгоритм не зійшовся) в залежності від значень амплітуди та сігми.

SimpleFit має набагато менше проблем зі сходженням обрахунку, але має меншу точність. Те що алгоритми мають помилки для різних

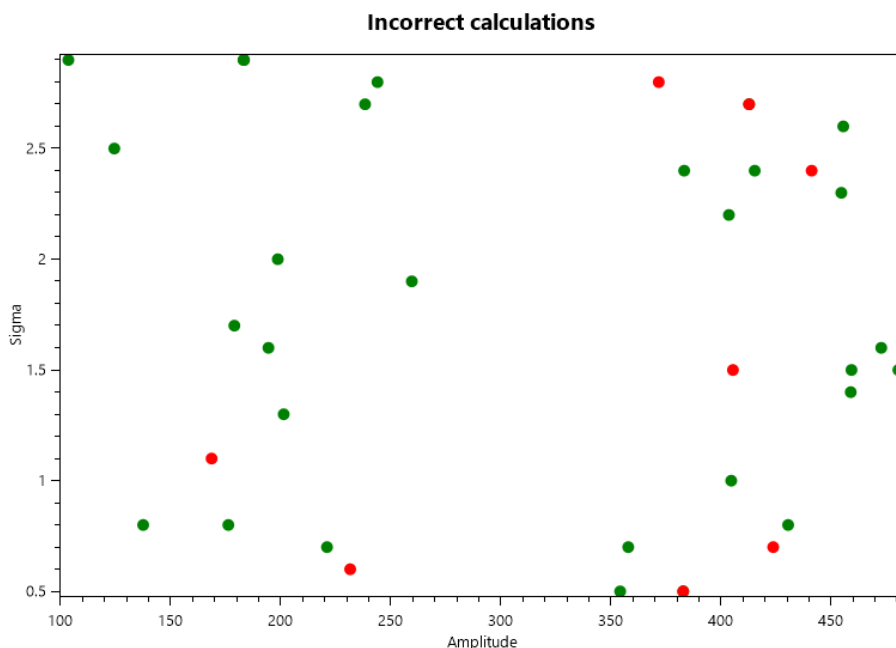


Рис. 2. Некоректно обраховані гауссіани: SimpleFit – червоні маркери, AdaptiveFit – зелені маркери

типів об'єктів дозволяє застосувати обидва ці алгоритми використовуючи найкращий результат. Критерієм вибору може бути використана сума похибки між реальною матрицею і змодельованою. В цьому випадку точність та якість обчислень значно зростає.

Таблиця 2
Отримані результати дослідження якості
при комбінованому підході

Параметр	Best calculation result
$\bar{\Delta}_x$	-0.02
$\bar{\Delta}_y$	-0.08
$\bar{\Delta}_\sigma$	-0.12
$\sigma_{\Delta x}$	0.87
$\sigma_{\Delta y}$	0.88
$\sigma_{\Delta \sigma}$	0.5

Порівняльне тестування показало, що SimpleFit має кращу схожимість – швидше та стабільніше знаходить оптимальні параметри. Водночас його точність обмежена через фіксовану ширину піків, що призводить до систематичних зсувів у визначенні координат при перекритті джерел.

Метод AdaptiveFit, навпаки, забезпечує вищу точність та краще розділення перекритих об'єктів, особливо при великій щільності джерел, але потребує гарної початкової оцінки для стабільної роботи.

Висновки. Досліджено задачу високоточного визначення координат небесних об'єктів на ПЗЗ-зображеннях, зокрема у випадках часткового перекриття профілів інтенсивності. Це завдання має особливу актуальність у контексті сучасних оглядових програм, таких як Gaia, LSST та Pan-STARRS, які потребують автоматизованих і стійких алгоритмів обробки мільйонів зображень джерел.

Запропоновано два методи фітінгу зображень на основі моделі суми двовимірних гаусіан: Fixed Multi-Gaussian Fitting (SimpleFit), який

передбачає фіксовану кількість джерел та параметрів, Adaptive Multi-Gaussian Fitting with AIC (AdaptiveFit), який дозволяє автоматично визначати кількість джерел і здійснювати оптимізацію моделі з урахуванням інформаційного критерію Акаїке.

Запропоновано архітектуру програмного модуля, який реалізує обидва методи з використанням Python-бібліотек (NumPy, SciPy, matplotlib). Оптимізація параметрів здійснювалась за допомогою методу Нелдера–Міда, що дозволило уникнути необхідності в обчисленні градієнтів, забезпечивши при цьому збіжність у більшості випадків.

На основі серії тестів встановлено, що: метод SimpleFit має вищу стабільність з точки зору збіжності алгоритму, але дещо поступається в точності оцінки координат; метод AdaptiveFit демонструє кращу точність, однак є більш чутливим до варіацій форми об'єктів і частіше не сходиться при екстремальних значеннях параметрів; комбінований підхід, що полягає у виборі результату з мінімальною похибкою між змодельованим і реальним зображенням, дозволяє значно зменшити як середню похибку координат, так і середньоквадратичне відхилення.

Отримані результати підтверджують доцільність поєднання кількох методів фітінгу у єдиній системі. Запропонований підхід забезпечує субпіксельну точність визначення координат навіть у випадках перекриття об'єктів і флуктуацій фону, що робить його придатним для практичного застосування в астрометрії, автоматичному виявленні нових джерел та попередній обробці даних великих оглядових проєктів.

Перспективними напрямками подальших досліджень є:

- узагальнення моделі на випадок реального PSF-профілю (не гауссового);
- використання змішаних моделей типу Gaussian Mixture Models (GMM);
- адаптація методів фітінгу до даних зі змінним фоном та нерегулярними шумами;
- впровадження нейромережевих підходів до попередньої ініціалізації кількості джерел.

Список літератури:

1. Bertin, E., Arnouts, S. SExtractor: Software for source extraction. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*. 1996. Vol. 117. No. 2. P. 393–404. URL: <https://doi.org/10.1051/aas:1996164>.
2. Rubin Observatory. NSF's National Optical Infrared Astronomy Research Laboratory. URL: <https://rubinobservatory.org/explore/how-rubin-works/lsst> (date of access: 20.04.2025)
3. Savanevych, V. E., Briukhovetskyi, O. B., Sokovikova, N. S., Bezukrovny, M. M., Vavilova, I. B., Ivashchenko, Yu. M., Elenin, L. V., Khlamov, S. V., Movsesian, Ia. S., Dashkova, A. M., Pogorelov, A. V.

A new method based on the subpixel Gaussian model for accurate estimation of asteroid coordinates. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2016. Vol. 6/9. No. 84. P. 41–49. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1505.04247>.

4. Cigan, P., Makarov, V. V., Secrest, N., Gordon, D., Johnson, M., Lambert, S. Metrics of Astrometric Variability in the International Celestial Reference Frame: Statistical analysis and selection of the most variable sources. *The Astrophysical Journal Supplement*. 2024. Vol. 274. No. 2. P. 1–18. URL: <https://doi.org/10.3847/1538-4365/ad6772>.

5. Stetson, P. B. DAOPHOT: A computer program for crowded-field stellar photometry. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*. 1987. Vol. 99. No. 613. P. 191.

6. Araya-Hernandez, L., Silva, J. F., Osses, A., Tobar, F. A Bayesian mixture-of-Gaussians model for astronomical observations in interferometry. *2017 CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON)*, Pucon, Chile. 2017. P. 1–5. URL: <https://doi.org/10.1109/CHILECON.2017.8229662>.

7. Makarov, V. V., Lambert, S., Gordon, D., Johnson, M., DiLullo, C., Lambert, S. Partial Alignment of Astrometric Position Excursions of International Celestial Reference Frame Quasars with Radio Jet Structures. *The Astrophysical Journal Letters*. 2024. Vol. 977. No. 1. URL: <https://www.researchgate.net/publication/386143973>.

8. Lukemire, M., Rasmussen, C., Scargle, J. D. Statistical analysis of complex computer models in astronomy. *Astrostatistics Journal*. 2021. Vol. 18. No. 2. P. 45–67.

9. Starck, J.-L., Murtagh, F., Bijaoui, A. Image Processing and Data Analysis: The Multiscale Approach. Cambridge University Press, 1998.

10. Deng, Q. A Combined OCBA–AIC Method for Stochastic Variable Selection in Data Envelopment Analysis. *Mathematics*. 2024. Vol. 12. No. 18. URL: <https://doi.org/10.3390/math12182913>.

11. Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P. *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*. 3rd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. ISBN: 9780521880688. URL: <https://www.cambridge.org/0521880688>.

12. El-Badry, K., Lam, C., Holl, B., Halbwachs, J.-L., Rix, H.-W., Mazeh, T., Shahaf, S. A generative model for Gaia astrometric orbit catalogs: Selection functions for binary stars, giant planets, and compact object companions. *2024. Open Journal of Astrophysics*. Vol. 7. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2411.00088>.

13. Akaike, H. A New Look at the Statistical Model Identification. In: Parzen, E., Tanabe, K., Kitagawa, G. (Eds.). *Selected Papers of Hirotugu Akaike*. Springer Series in Statistics. New York: Springer, 1974. P. 215–222. URL: https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1694-0_16.

14. Ma, G., Yang, J., Song, X., Zhao, H. An Adaptive Clustering Algorithm of Gaussian Curve Fitting the Histogram Based on K-Means. *2019 IEEE International Conferences on Ubiquitous Computing & Communications (IUCC), Data Science and Computational Intelligence (DSCI), and Smart Computing, Networking and Services (SmartCNS)*, Shenyang, China. 2019. P. 141–145. URL: <https://doi.org/10.1109/IUCC/DSCI/SmartCNS.2019.00052>.

15. SciPy. `scipy.optimize.minimize` – Minimization of scalar function of one or more variables. URL: <https://surl.li/wnpcqm> (date of access: 20.04.2025)

16. Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T. E. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. *Nature Methods*. 2020. Vol. 17. P. 261–272. URL: <https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2>.

Bezkrivnyi M.M. METHODS AND TOOLS FOR ANALYZING ASTRONOMICAL IMAGES TO DETERMINE THE COORDINATES OF CELESTIAL OBJECTS

The article considers the issue of high-precision determination of the coordinates of celestial objects in digital images obtained from CCD matrices. Modern astronomy imposes increasing demands on the accuracy of determining the position of celestial objects in digital images and is fundamental to a wide range of tasks, from tracking small bodies in the solar system to precise positioning of distant galaxies.

The relevance of the topic is due to the need for automated processing of large amounts of astronomical data in modern survey projects (Gaia, LSST, Pan-STARRS), where a significant number of objects have overlapping images. Standard methods based on the maximum intensity or center of mass do not provide the required accuracy under difficult observational conditions.

Different methods of fitting are proposed in this work: SimpleFit (with a fixed number of sources) and AdaptiveFit (with an adaptive selection of the number of components according to the Akaike criterion), implemented in a Python program module. Both methods minimize the deviation function between experimental and modeled data using the Nelder-Mead algorithm.

In experimental testing, AdaptiveFit has a higher accuracy of coordinate recovery but worse convergence, while SimpleFit is more stable but less accurate. The combined approach, which selects the best result from both models according to the model error criterion, reduces the coordinate error. The combined approach reduced the average errors to -0.02 in X and -0.08 in Y pixels, respectively, which indicates a significant improvement in accuracy compared to the individual methods.

Observational results obtained with insufficient spatial accuracy can lead to significant errors in trajectory construction, velocity calculations, assessment of the evolutionary characteristics of star clusters, and in planning future missions. The obtained results confirm the feasibility of combining several fitting methods in a single system to improve the accuracy and reliability of coordinate determination in dense astronomical fields. Prospects for further research include taking into account real PSF profiles, background, the use of mixed models, and neural network methods of preliminary initialization.

Key words: *astrometry, fitting, CCD sensor, coordinates of celestial objects, adaptive model, Akaike information criterion, subpixel accuracy, image modeling, automatic localization, astronomical image.*